



CONCURSUL INTERDISCIPLINAR MATEMATICĂ-FIZICĂ-ȘTIINȚE
„HENRI COANDĂ”
EDIȚIA a X-a – 09.03.2019



CLASA a VIII-a

Subiectul I. Numere siameze și un trapez dreptunghic

A. Dacă $a_1, a_2, \dots, a_{2019} \in \left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$ astfel încât $a_1 + a_2 + \dots + a_{2019} = 1$, atunci demonstrați că $\sqrt{4a_1 + 1} + \sqrt{4a_2 + 1} + \dots + \sqrt{4a_{2019} + 1} \leq 2021$.

B. Se consideră un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD, AB \perp BC, AB < CD$ și AC este media geometrică a bazelor. În vârful D se ridică o perpendiculară pe planul trapezului pe care se ia un punct S . Demonstrați că $SC^2 = AB^2 + BC^2 + AD^2 + SD^2$.

Subiectul II. Palmieri și schimb valutar

A. Pe cele două maluri ale unui râu se află doi palmieri înalți de 10 m, respectiv de 15 m. Distanța dintre ei este de 25 m. În vârful fiecărui palmier stă o pasăre. La un moment dat, la suprafața râului, pe linia ce unește palmierii, apare un pește situat la distanțe egale de cele două păsări. La ce distanță de palmierul cel mai înalt a apărut peștele?

B. Ieri, rata de schimb a fost aceeași în trei centre de schimb valutar diferite. Astăzi, la primul centru rata a crescut cu 5% până la prânz și apoi a scăzut cu 5% până seara. La al doilea centru, rata a scăzut cu 5% până la prânz și a crescut cu 5% până seara. La al treilea centru de schimb, rata nu s-a schimbat în timpul zilei. La care centru a fost rata cea mai scăzută la sfârșitul zilei?

Subiectul III.

A. Încălzitorul

Un încălzitor electric este introdus într-un pahar cu apă. Cu toate că în fiecare minut încălzitorul furnizează o căldură constantă, temperatura apei variază în timp ca în tabelul de mai jos:

t (min)	0	1	2	3	4	5	6	7
θ (°C)	20	27	34	40	45	50	54	57

- Utilizând dependența creșterii $\Delta\theta$ a temperaturii într-un minut în funcție de temperatura medie θ_m a apei pe intervalul respectiv, estimează valoarea creșterii temperaturii pe minut când temperatura medie a apei este de 70 °C.
- Se poate aduce apa la fierbere în aceste condiții dacă încălzitorul funcționează un timp suficient? Argumentează răspunsul.

B. Cubul

Pe fundul neted al unui vas se așază un cub ($l = 10$ cm) metalic omogen ($\rho = 8,9$ g/cm³), bine șlefuit. Se toarnă, cu debit constant și mic, apă ($\rho_0 = 1$ g/cm³) în vas până când nivelul depășește cubul cu 10 cm. De fața superioară a cubului este fixat central un cârlig cu masă și dimensiuni neglijabile, de care este atașat un fir ideal, suficient de rezistent. Presiunea atmosferică este de 100 kPa iar $g = 10$ N/kg.

- Describe detaliat (calitativ și cantitativ) variația valorii forței minime necesare cu care trebuie să se acționeze asupra capătului liber al firului, pe direcția verticală, pentru a asigura urcarea uniformă a cubului, până iese complet din apă. Se neglijează forțele de frecare cu apa.

Fiecare subiect este notat cu 10 puncte, din care 1 din oficiu. Timp de lucru: 2 ore

Succes!